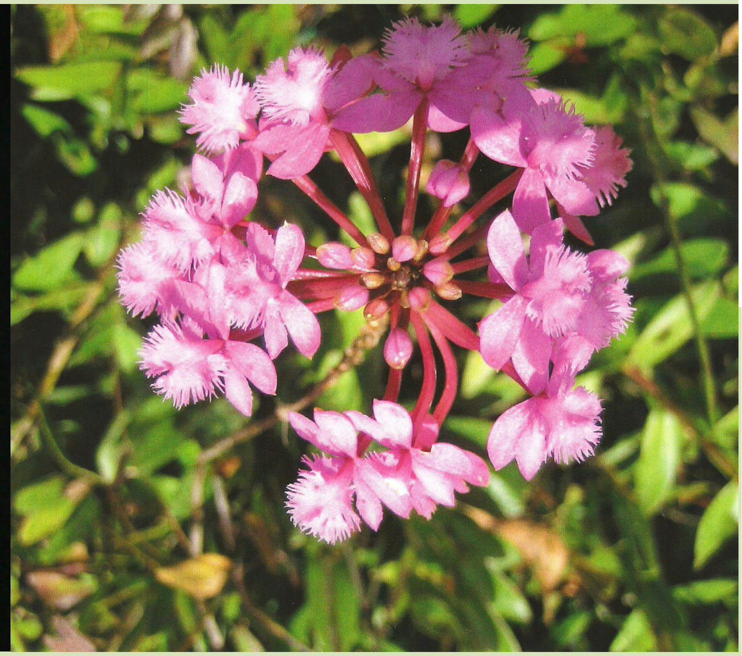


“GEOMETRÍA DE CARACOLES Y ORQUÍDEAS”

I.C. Luis Gonzalo Mejía C.
U.N y U. de Karlsruhe Alemania
lgm@une.net.co

Medellín, Mayo del 2011

1. INTRODUCCIÓN

La naturaleza es sabia, y por esto, su simple observación puede darnos enormes enseñanzas. El hongo de la figura 1 representa un ejemplo típico de lo mencionado: Sus superficies curvas, esbeltas y elegantes se complementan con un anillo reforzado en su borde, para evitar rasgarse. Sus características estructurales son perfectas y, por esto, asombran a los ingenieros.

Los caracoles y las orquídeas son unas de las maravillas de la naturaleza y por su forma eficiente y armónica, han llamado la atención de muchos investigadores desde la antigüedad. En este artículo, analizaremos, desde el punto de vista matemático, una variedad de caracoles que se encuentran en el mar de Santa Marta y una orquídea llamada Epidendrum Ibaguense. Inicialmente debemos hacer una breve mención a unas curvas llamadas espirales.

FOTO DE UN HONGO SILVESTRE
FIGURA 1

2. ESPIRALES

Cualquier función, ya sea algebraica o trascendente, es decir que transciende el campo del álgebra, puede representarse gráficamente por curvas en 2 ó 3 dimensiones. Hay una familia de estas curvas que son llamadas espirales siendo las mas conocidas las siguientes con su respectiva ecuación:

De Arquímedes: $\rho = a\theta$

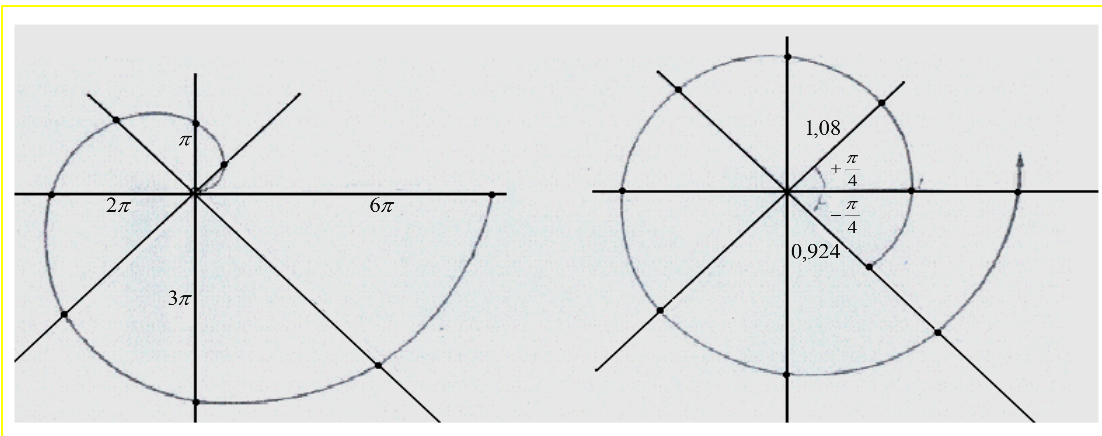
Hiperbólica: $\rho = a\theta^{-1}$

De Fermat: $\rho = a\theta^{1/2}$

Lituus: $\rho = a\theta^{-1/2}$

Logarítmica: $\rho = e^{a\theta} \quad (\ell n\rho = a\theta)$

De estas, las espirales de Arquímedes y logarítmica son las más conocidas y su representación gráfica es la indicada en la figura 2:



Espiral de Arquímedes **Espiral Logarítmica**

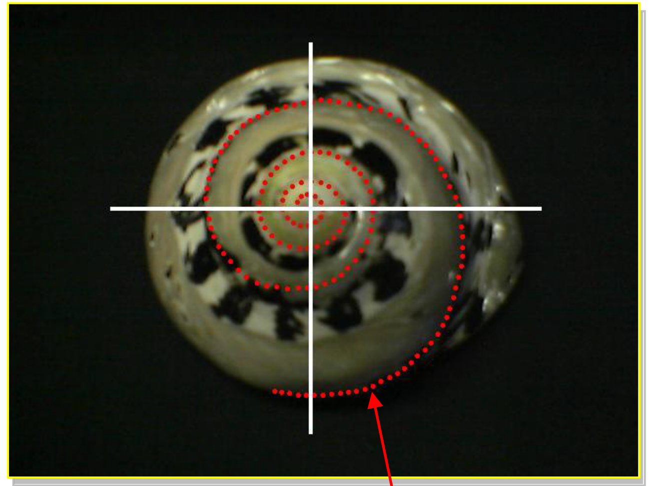
FIGURA 2

La espiral logarítmica, por sus propiedades (es la única curva en la que su evoluta, involuta, cáustica y podaría, son a su vez espirales logarítmicas) ha fascinado durante siglos a los matemáticos, entre ellos a Jacob Bernoulli quien la llamo "Spira Mirabilis" y la hizo grabar en su tumba, con tan poco suerte que el artesano que labró la lápida, grabo fue una espiral de Arquímedes.

3. GEOMETRÍA DEL CARACOL DE SANTA MARTA

En la figura 3 se incluyen dos fotos (A y B) de un caracol que se encuentra en Santa Marta, la una en su estado natural y la otra ya pulido. En la foto B se indica con rojo, la curva que le sirve de guía al caracol para desarrollarse con una distribución óptima del material. Para determinar la ecuación de crecimiento, es necesario utilizar las matemáticas, para que con ayuda de los procedimientos estadísticos de regresión, podamos determinar, con los datos de radios y ángulos tomados directamente del caracol, que tipo de espiral representa. La conclusión es maravillosa: El caracol crece de acuerdo con una espiral logarítmica perfecta que le permite optimizar su desarrollo, es decir existe un vínculo exponencial entre la expansión (radio vector) y la rotación (ángulo de giro) y por lo tanto, la distancia entre las espiras aumenta más rápido que la rotación.

A: Estado natural

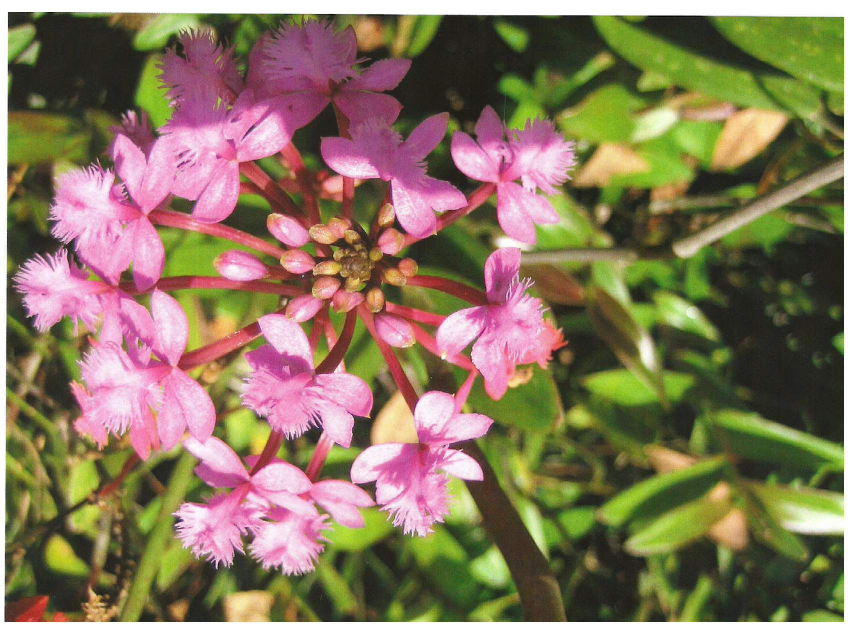


B: Pulido

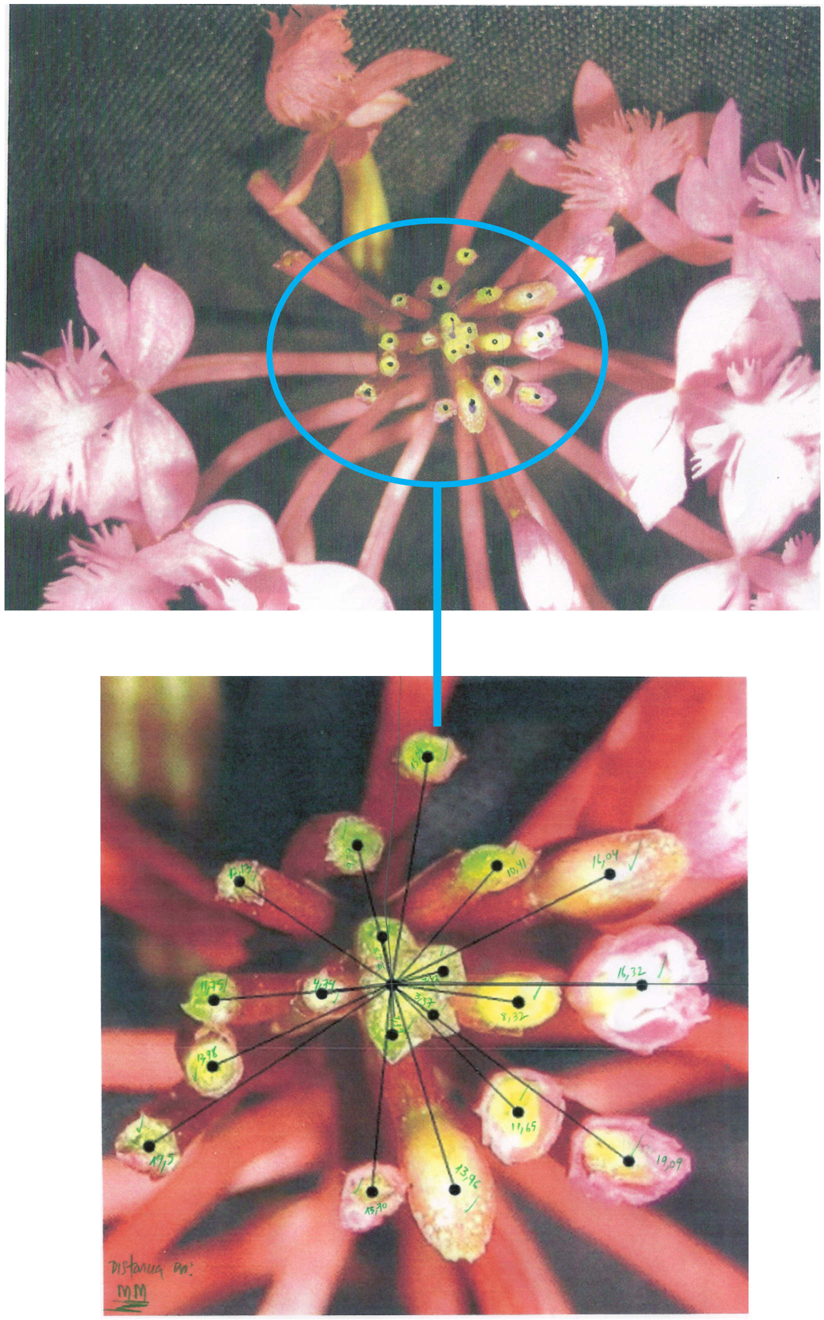
FOTOS DE UN CARACOL DE SANTA MARTA
FIGURA 3

4. GEOMETRÍA DE LA ORQUÍDEA EPIDENDRUM IBAGUENSE

En la foto A de la figura 4, se puede ver la orquídea tal como se encuentra en la naturaleza y en la foto B de la misma figura, un corte de la parte central en la cual se puede ver el orden de sus tallos, lo que permite determinar su patrón de crecimiento. Al igual que el caracol, ésta orquídea crece según un patrón ordenado representado también por una espiral logarítmica.



A



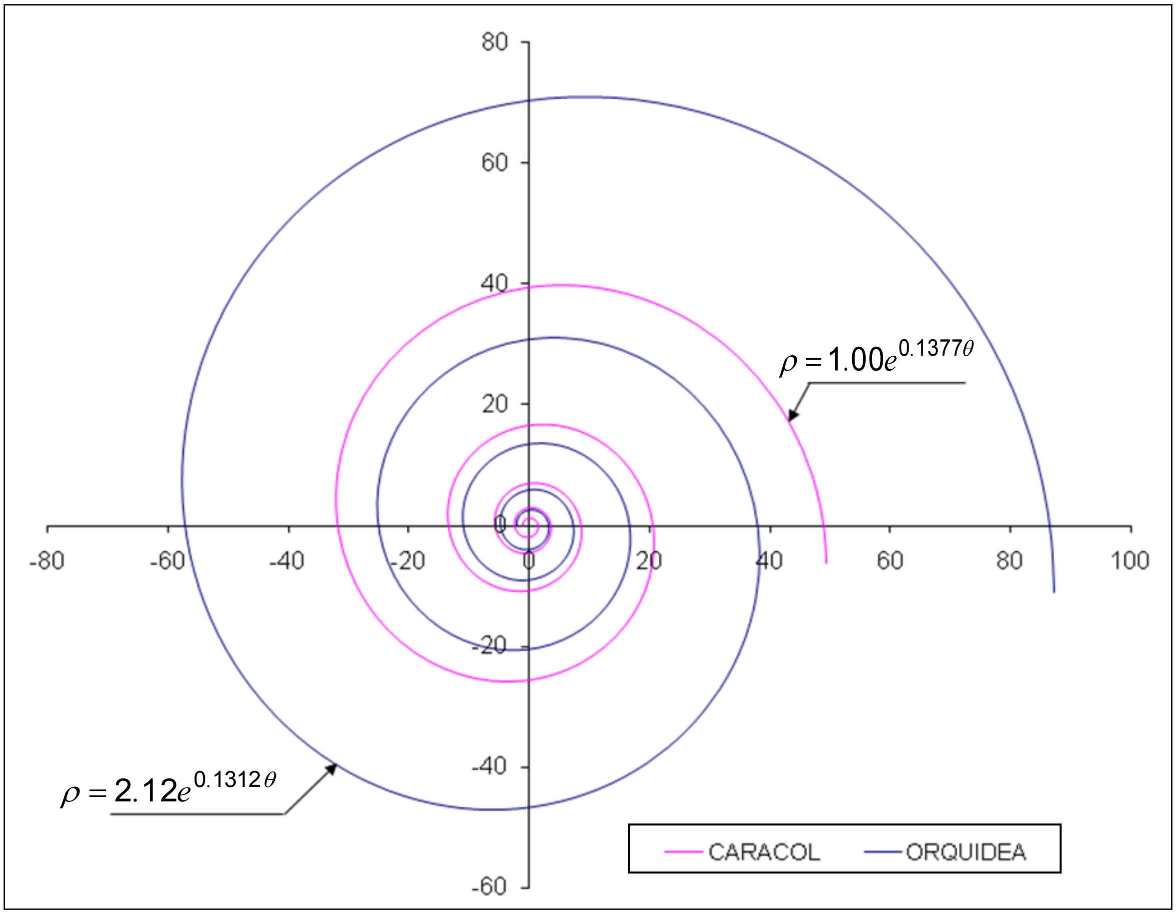
B

FOTOS DE UNA ORQUÍDEA EPIDENDRUM IBAGUENSE
FIGURA 4

5. ESPIRALES LOGARÍTMICAS PARA EL CARACOL Y LA ORQUÍDEA

En la figura 5 se indican las gráficas que representan el crecimiento armónico y perfecto del caracol y de la orquídea, con sus respectivas ecuaciones de crecimiento, las cuales fueron obtenidas con procedimientos matemáticos, que por tediosos no se incluyen aquí.

Calle 49B No. 77B-12 :: Tel. 234 26 78 :: Telefax: 421 76 59
e-mail: lgm@une.net.co - www.lgm.com.co
Medellín - Colombia



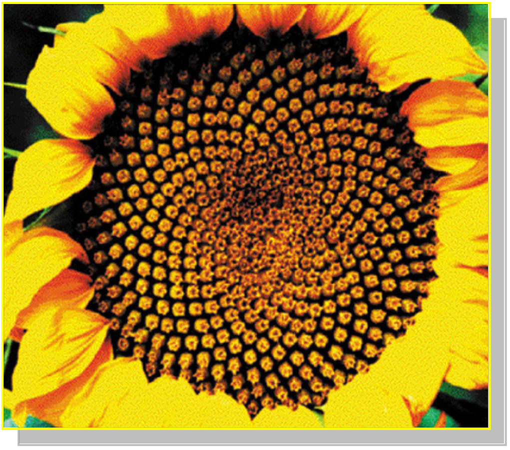
ESPIRALES LOGARÍTMICAS PARA EL CARACOL Y LA ORQUÍDEA
FIGURA 5

Este orden que se encuentra en la naturaleza es asombroso y responde a leyes físicas de optimización y eficiencia.

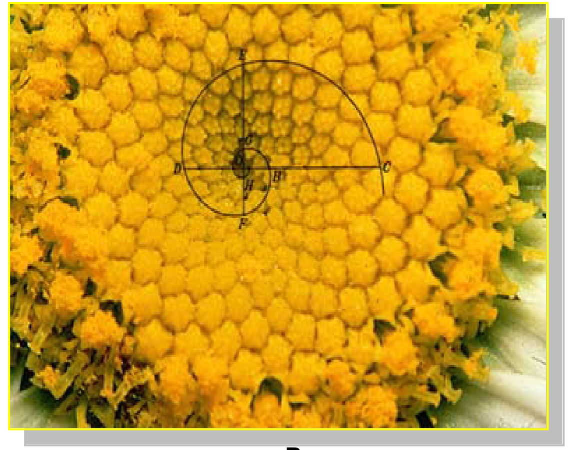
6. OTROS EJEMPLOS PRODIGIOSOS

Es importante anotar que en la naturaleza se encuentran múltiples ejemplos con órdenes matemáticos similares, como por ejemplo, los indicados en la figura 6: el girasol (figuras A y B) que se adaptan a la llamada serie de Fibonacci y en las piñas que caen de los árboles (figuras C y D).

En el siglo XII, Leonardo de Pisa, Fibonacci, publicó un libro, el *Liber abaci,* el primer compendio matemático de la edad media. El tuvo un tutor árabe quien le enseñó los secretos del cálculo posicional hindú y en su obra aparecen por primera vez en occidente los nueve números hindúes, 1 a 9, y el cero. Entre muchos de sus trabajos, hay uno por el cual es recordado y es la llamada serie de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, …, en la cual cada término es la suma de los dos anteriores y el cociente entre cada número y el anterior se acerca cada vez más al número áureo 1,618039, ya conocido por los griegos y utilizado en sus esculturas y templos.



A



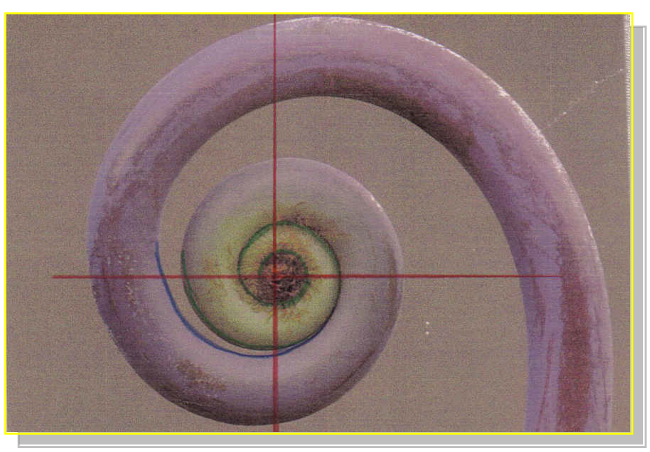
B

C

D

ESPIRALES LOGARÍTMICAS EN LA NATURALEZA
FIGURA 6

Esta figura 7 tomada de un catálogo de la editorial alemana Taschen, muestra una etapa del desarrollo de un helecho y la elegante espiral que utiliza en su crecimiento.



ESPIRAL LOGARÍTMICA EN UN HELECHO
FIGURA 7

De la misma forma, en las rosas, en la rotación de los vientos de un tornado y en las galaxias se pueden encontrar familias enteras de espirales logarítmicas (ver figura 8) y es conocido, que las ramas y las hojas se distribuyen siempre buscando recibir el máximo de luz y por esto ninguna hoja nace en la vertical de la anterior, siendo lo más fascinante que la distribución de las hojas alrededor del tallo sigue secuencias basadas en la serie de Fibonacci ya mencionada.

FAMILIAS DE ESPIRALES LOGARÍTMICAS
FIGURA 8
(Tomadas de Internet)

7. CONCLUSIÓN

El objetivo de este artículo es incentivar a todas las personas, adultos y niños, para que observen con detenimiento las maravillosas enseñanzas que nos da la naturaleza.